

最適化の方法とその課題

～内部従属関係を考慮した多目的最適化～

(株)デンソー
吉野 睦

1. はじめに

SQC手法を用いて設計パラメータを最適化することはSQCの黎明期から行われてきた。古典的な手順は多水準系実験計画に設計パラメータを割付けて実験を行い最適水準を選択する方法であるが、最近では応答曲面近似式と数理計画法を組み合わせることで水準の間の最適値を推定する方法が一般的に使用されている。近年、応答曲面を用いた最適化ソフトの進歩により、複数の応答を対象とした多目的最適化が可能となった。これを利用し、特性値の平均値と誤差の応答を対象にして同時最適化するロバスト最適化も行われるようになった。

本稿では、ロバスト最適化の方法についてJUSE-STATWORKS Ver.4（以下、STATWORKS）を用いて解説するとともに、多目的最適化を行う上での課題のひとつである特性値間に内部従属関係がある場合について対応策を提案する。

2. 最適化技術の動向

現在、設計環境のCAD(Computer Aided Design)化が急速に進行している。また、CADとCAE(Computer Aided Engineering)やCAM(Computer Aided Machining)とのリンクも進んでいる。CADとCAEがリンクすることによって、設計と同時に製・部品の有限要素解析用メッシュモデルが自動生成され即座に解析が実施される。言い替えれば、強度不足や共振などの問題点をCAD画面上で即時チェックすることなどが一般的に行われている。有限要素解析ソフト(以下ソルバー)の機能も向上し、多くの問題が解けるようになってきている。

近年、このような設計環境のデジタルエンジニアリング化に呼応して、設計パラメータを実験計画に割付け解析する機能とソルバーを直接制御する機能の両方を兼ね備えた最適化支援エンジンと呼ばれるソフトが登場した。その結果、設計者が試行錯誤を繰り返さなくても、コンピュータが設計パラメータを変化させ、最適値を求めてくれるようになった。このように設計者が実験計画法等の知識を有していなくても、コンピュータ画面の裏側で各種SQC手法が駆使され、最適設計値を求めてくれる環境が構築されつつある。

尾田ら⁽¹⁾の報告によれば、1990年頃までは、最適化支援エンジンの最適化部は数理計画法や最適性規準法のみであり、数理計画法のルーチンが直接ソルバーを動かしながら最適点への収束が図られていた。つまり設計者の試行錯誤を肩代わりする程度のものであった。1995年頃になると、最適点探索にも効率が求められるようになった。川面ら⁽²⁾は、設計パラメータを実験計画に割付け、特性値の応答を少ない解析回数で曲面関数に近似し、効率的に最適値に到達するという手法を紹介している。1994年から隔年で開催されている日本機械学会最適化シンポジウムでは2000年度の報告の約25%を応答曲面近似による最適化事例が占めていることから、現在では応答曲面から最適点を求める手法が一般的になっていると考えられる。1998年には、柏村・白鳥ら⁽³⁾のロバスト最適化の研究が日本機械学会の論文賞を受

賞している。このように近年ではロバスト最適化も行われるようになってきている。

最適化支援エンジンは 1995 年 GE から独立した Dr.Tong が作った i-SIGHT が代表的である。これは主にメインフレーム上で動作するソフトで、年間ライセンス料も高額であるが、急速に普及しつつある。また、ソルバーを制御する機能は無いがパソコン上で動作する MODDE のような安価な最適化ソフトも普及している。

STATWORKS や JMP といった統合統計ソフトも、応答曲面による最適化の機能を備えるようになってきており、CAE 担当者以外の実務者にとっても利用しやすい環境が整いつつある。

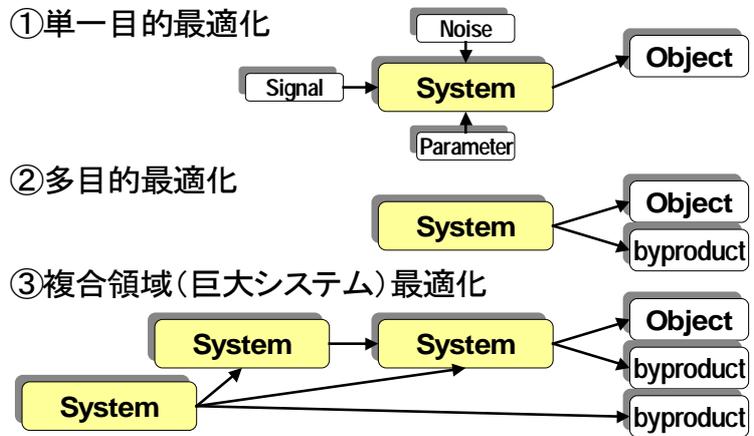
3. 最適化問題の種類

最適化問題には、単一目的の最適化、多目的最適化、複合領域の最適化がある。それらを図・1 に示す。

単一目的の最適化とは、系の応答を設計パラメータを変更しながら測定し、応答が目的の値になるように設計パラメータを最適化するという問題である。

多目的最適化とは最適化したい系はひとつであるが応答が複数ある場合である。応答を平均値と誤差にするとロバスト最適化問題になる。

複合領域の最適化とは巨大システムの最適化であり、ここではある系の応答が別の系の設計パラメータになるなど、問題が複雑になる。山川⁽⁴⁾によれば米国機械学会(ASME)では、近年この話題が中心になっているということである。



図・1 最適化の種類

4. 最適化の方法

4.1 事例①の概要

事例①として、RC(ラジコン)カーの設計パラメータの最適化を取り上げる。表・1 のように 19 のパラメータとそれらの値の幅が与えられている。特性値はサーキットを周回するラップタイムである。最小のラップタイムで周回できるように、各パラメータをいくりに設定すればよいかという最適化問題である。なお、シミュレータは WEB⁽⁵⁾から入手できる。

応答曲面の関数を作るには、各パラメータの 1 次効果(主効果), 2 次効果, 2 因子交互作用の各係数と、定数項を

シャシーパラメータ	略号	最小値	最大値	中央値
車体重量(kg)	SZ	1.2	1.8	1.5
タイヤのグリップ(G)	TG	1.28	1.92	1.6
駆動輪荷重比	KH	0.8	1.2	1
駆動輪直径(mm)	KC	56	84	70
ギア比	GR	2.0	6.0	4.0
ギア効率	GK	0.68	1.02	0.85
ころがり抵抗係数	KT	0.0528	0.0792	0.066
回転部分相当重量(kg)	KS	0.18	0.27	0.225
ブレーキ時制動輪荷重	SK	SK=KK		
ブレーキ時制動輪の浮き	SU	0.56	0.84	0.7
前輪荷重	ZK	ZK=1-KK		
後輪荷重	KK	0.4	0.6	0.5
ボディパラメータ	略号	最小値	最大値	中央値
抗力係数(CD)	CD	0.294	0.788	0.541
前面投影面積(m ²)	ZT	0.0191	0.0224	0.02075
制動輪ダウンフォース係数(CI)	SD	SD=KD		
前輪ダウンフォース係数(CIf)	ZD	-0.032	0.186	0.077
後輪ダウンフォース係数(CIrr)	KD	0.082	0.84	0.461
モータートルク特性	略号	最小値	最大値	中央値
最高回転数(rpm)	MR	16500	23700	20100
最高(静止時)トルク(kg-cm)	MT	1.73	1.98	1.855

表・1 RCカーの設計パラメータ

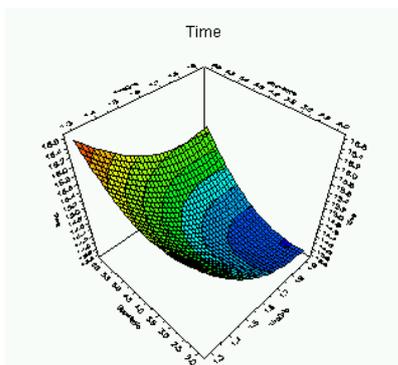
求めなければならない。したがって必要な方程式の数すなわち独立な解析の回数 N は、パラメータ数を p とすると式(1)のようになる。

$$N = p + p + {}_p C_2 + 1 = (p+1)(p+2)/2 \quad (1)$$

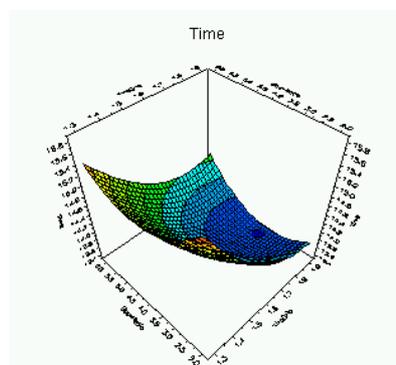
$p=19$ の場合、必要な解析回数は 210 回にもなり非効率である。そこであらかじめ効果の大きいパラメータだけを選定する。このステップをスクリーニングと呼ぶ。 $p=5$ まで絞り込めれば、式(1)より21回の解析で済むことが分かる。

スクリーニングの後、応答曲面を求める。21 回程度の解析数で各係数がきちんと分離して求められるような実験の割付けを行う必要がある。主に中心複合計画が使用される。その割付けに沿ってラップタイムを求め、最適化ソフトに入力すれば応答曲面が計算される。応答曲面の極小値がラップタイム最小であるので、その時のパラメータが最適設計値となる。

最適値はこのように求められるが、実際の設計ステップとしては不十分である。最適値付近の応答曲面を見てみると図・2 のように傾斜が急な曲面や、図・3 のように比較的緩やかな曲面がある。傾斜が急な曲面は、最適値の付近でパラメータがばらつくと急激に特性値が悪化すると思われる。一方傾斜が緩やかな曲面はパラメータが少々ばらついても特性値は安定している。したがって傾斜が緩やかな場合のほうが好ましい。このようにパラメータの変動に対して特性値を安定させることも重要である。いわゆるロバスト化である。ロバスト最適化は特性値の応答とその偏差の応答の 2 応答を同時最適化することによって達成される。



図・2 傾斜の急な応答曲面



図・3 傾斜の緩やかな応答曲面

本稿では、まず最初に STATWORKS を用いたロバスト最適化の手順を紹介し、次に多目的最適化の課題を整理したい。

4. 2 STATWORKS を用いた事例①の解析

4. 2. 1 スクリーニング

スクリーニングでは主効果の大きさだけが分かればよいので、レゾリューションⅢの 2 水準系直交表に割付け解析した。この事例①はシミュレーションを用いた実験であるため誤差分散が 0 である。従って分散分析を行うことができないため、効果の絶対値を比較し、TG,GR,MR,KC,KT の 5 変数を抽出した。

4. 2. 2 特性値の応答曲面の算出

スクリーニングで有意とされた 5 変数を中心複合計画に割付け、特性値をシミュレータで計算した。次に求めた特性値を STATWORKS に入力し応答曲面関数を求めた。

応答曲面関数は使用するソフトにより結果が異なる。これは水準値の中心化と項目化を行うか否かによる。各ソフトのオプションで中心化と項目化を設定することが肝要であるが、STATWORKS は項目化ができない。そこで、今回は-1,0,1 という水準値を持つ図・4 のような計画行列を再度作成して用いた。

JUSE Package Software - [新規シート]

ファイル(F) 編集(E) 表示(V) 基本解析(B) 手法(M) マイメニュー(U) ショップ(S) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)

入力項目: js1 欠測サンプル解析対象: 全データ 100%

	N2	N3	N4	N5	N6	N7
	TG	KC	GR	KT	MR	
1	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	1.000
2	1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
3	-1.000	1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
4	1.000	1.000	-1.000	-1.000	-1.000	1.000
5	-1.000	-1.000	1.000	1.000	-1.000	-1.000
6	1.000	-1.000	1.000	-1.000	1.000	1.000
7	-1.000	1.000	1.000	-1.000	-1.000	1.000
8	1.000	1.000	1.000	-1.000	-1.000	-1.000
9	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	1.000	-1.000
10	1.000	-1.000	-1.000	1.000	1.000	1.000
11	-1.000	1.000	-1.000	1.000	1.000	-1.000
12	1.000	1.000	-1.000	1.000	1.000	-1.000
13	-1.000	-1.000	-1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	-1.000	1.000	1.000	1.000	-1.000
15	-1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	-1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
21	0.000	0.000	0.000	-1.000	0.000	0.000
22	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
23	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.000	0.000
24	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000
25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.000
26	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
27	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

図・4 応答曲面を求めるための計画行列(中心複合計画(面内))

JUSE Package Software - [回帰係数]

ファイル(F) 編集(E) 表示(V) 基本解析(B) 手法(M) マイメニュー(U) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)

入力項目: js1 欠測サンプル解析対象: 全データ 100%

目的変数名	残差平方和	重相関係数	寄与率R ²	R* ²	R** ²	残差自由度	残差標準偏差
LP	1.353	0.990	0.980	0.813	0.851	6	0.475
変数名	偏回帰係数	標準誤差	t 値	P 値 (両側)	標準偏回帰	トレランス	
定数項	14.086	0.176	79.822	0.000			
TG	-1.164	0.112	-10.402	0.000	-0.602	1.000	
KC	-0.468	0.112	-4.183	0.006	-0.242	1.000	
GR	0.813	0.112	5.472	0.002	0.317	1.000	
KT	-0.191	0.112	-1.688	0.287	-0.088	1.000	
MR	-0.578	0.112	-5.161	0.002	-0.299	1.000	
N3*N4	-0.144	0.119	-1.216	0.270	-0.070	1.000	
N3*N5	0.248	0.119	2.085	0.082	0.121	1.000	
N3*N6	0.323	0.119	2.720	0.035	0.157	1.000	
N3*N7	-0.174	0.119	-1.464	0.194	-0.085	1.000	
N4*N5	-0.624	0.119	-5.253	0.002	-0.304	1.000	
N4*N6	-0.131	0.119	-1.103	0.312	-0.064	1.000	
N4*N7	0.392	0.119	3.298	0.016	0.191	1.000	
N5*N6	0.044	0.119	0.373	0.722	0.022	1.000	
N5*N7	-0.559	0.119	-4.712	0.003	-0.273	1.000	
N6*N7	-0.180	0.119	-1.514	0.181	-0.088	1.000	
N3 ²	0.369	0.304	1.216	0.270	0.110	0.407	
N4 ²	0.145	0.304	0.479	0.649	0.043	0.407	
N5 ²	0.409	0.304	1.346	0.227	0.122	0.407	
N6 ²	0.119	0.304	0.392	0.708	0.036	0.407	
N7 ²	0.163	0.304	0.537	0.611	0.049	0.407	

図・5 求められたラップタイムの応答曲面関数の係数
(この係数は項目化した変数の係数であることに注意)

所定の手順に沿って特性値の応答曲面関数を求めた結果を図・5 に示す。

4. 2. 3 誤差の応答曲面の算出

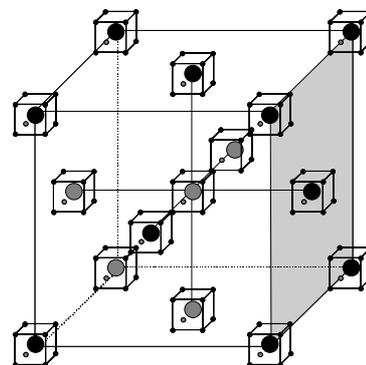
このステップでは、設計パラメータの関数で誤差を近似することがポイントとなる。赤木⁽⁷⁾が紹介するように、応答曲面関数を偏微分して得られる勾配から1次近似するか、関数に乱数を代入して応答の偏差を求め、これを特性値の誤差と見なす方法が用いられる。これらは内乱の影響を評価する方法である。特性値が非線形となるパラメータのみに誤差の応答変化が現れることが特徴であり弱点でもある。外乱の影響を評価するときは、外乱を外側に割付けたときの応答の偏差を用いる。

タグチメソッドでは応答の偏差が+側に振れる最悪のパラメータセットを N1、-側に振れる最悪のパラメータセットを N2 とする“誤差の調合”により実験回数を減らすことを奨励しているが、シミュレーションでは行ってはならない。なぜならば偏差が最大となる方向は応答曲面の最大傾斜方向であるが、それは一定方向ではないので常に同じパラメータセットで表すことができないからである。

本事例では、近似式にパラメータの上下限界を総当りで代入して特性値の変化幅を求め、その応答曲面を作る。パラメータが 3 個の場合の実験空間のイメージを図・6 に示す。この方法のメリットは応答曲面の極値においても1次近似法のように偏差が0にならないことおよび乱数法より効率的であることだが、偏差が最大となる偏微分係数の最大方向の組合せを必ずしも含まないというデメリットもある。

ここで各パラメータはとり得る値の1割程度はばらつくと仮定し、STATWORKS の特性値予測機能を用いて計算させ偏差の統計量(レンジ)を求めた。

所定の手順に沿って誤差の応答曲面関数を求めた結果を図・7 に示す。



図・6 ばらつきを求めるための実験空間

目的変数名	残差平方和	重相関係数	寄与率R ²	R* ²	R** ²	残差自由度	残差標準偏差
Error	0.214	0.990	0.990	0.915	0.854	6	0.189
変数名	偏回帰係数	標準誤差	t 値	P 値 (両側)	標準偏回帰	トレランス	
定数項	1.154	0.070	16.447	0.000			
TG	-0.303	0.045	-6.803	0.000	-0.389	1.000	
KC	-0.170	0.045	-3.822	0.009	-0.218	1.000	
GR	0.431	0.045	9.691	0.000	0.554	1.000	
KT	-0.108	0.045	-2.417	0.052	-0.138	1.000	
MR	-0.138	0.045	-3.098	0.021	-0.177	1.000	
N3*N4	-0.025	0.047	-0.525	0.619	-0.030	1.000	
N3*N5	0.123	0.047	2.598	0.041	0.148	1.000	
N3*N6	-0.015	0.047	-0.308	0.769	-0.018	1.000	
N3*N7	-0.025	0.047	-0.524	0.619	-0.030	1.000	
N4*N5	-0.261	0.047	-5.518	0.001	-0.315	1.000	
N4*N6	0.025	0.047	0.525	0.619	0.030	1.000	
N4*N7	0.112	0.047	2.372	0.055	0.136	1.000	
N5*N6	0.073	0.047	1.549	0.172	0.089	1.000	
N5*N7	-0.270	0.047	-5.710	0.001	-0.326	1.000	
N6*N7	0.025	0.047	0.524	0.619	0.030	1.000	
N3^2	0.114	0.121	0.944	0.382	0.084	0.407	
N4^2	0.071	0.121	0.584	0.580	0.052	0.407	
N5^2	0.346	0.121	2.867	0.029	0.257	0.407	
N6^2	0.031	0.121	0.256	0.806	0.023	0.407	
N7^2	0.058	0.121	0.478	0.650	0.043	0.407	

図・7 求められた「誤差」の応答曲面関数の係数
(この係数は項目化した変数の係数であることに注意)

説明変数				特性値					
説明変数		結果値	最小値	最大値	特性値名	推定値	規格上限値	規格下限値	d値
TG	N3	0.9278	-1.000	1.000	LP	12.3230	-	-	1.00
KC	N4	-0.9449	-1.000	1.000	Error	0.9431	-	-	0.87
GR	N5	-0.5713	-1.000	1.000					
KT	N6	-0.6611	-1.000	1.000					
MR	N7	1.0000	-1.000	1.000					

図・8 最適化された各パラメータ値(項目化した値であることに注意)

4. 2. 4 多目的同時最適化によるロバスト最適解の導出

最後に、2 特性の多目的最適化を行った。この時のウェイトは両者とも 1 とした。STATWORKS では、自動探索もちろん可能であるが、対話的に最適点を探索することも可能である。ここでは自動探索を行った。得られた結果を図・8 に示す。

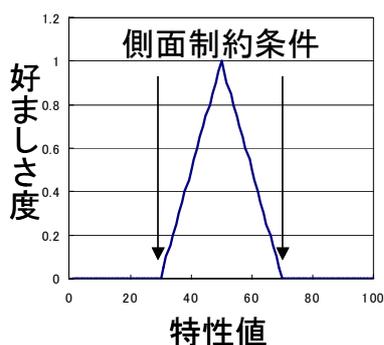
5. 多目的最適化の問題点

これまで述べたように、多目的最適化は非常に簡単に利用できるようになってきている。しかし、多目的最適化には大きく 2 つの問題点が存在する。ひとつは好ましき関数の問題であり、もうひとつはウェイトの問題である。

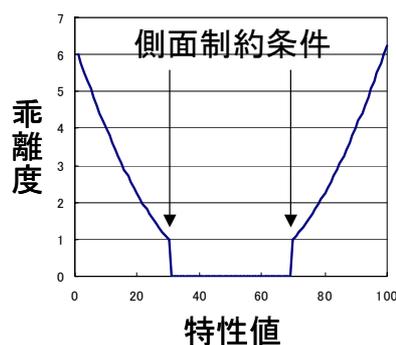
多目的最適化とは、複数の特性値を同時に最適化することである。それには、中山ら⁽⁸⁾が示すように、まず特性値のターゲット値と側面制約条件(規格幅)から好ましき度あるいは乖離度を求め、これにそれぞれの特性値のウェイトを乗じて合算した合成関数(スカラー量)を求める。次に単一目的の最適化手法を用いて、この合成関数の最適値を探索する。

好ましき度、乖離度の算出方法はソフトにより異なる。そこで特性値のターゲット値を 50、側面制約を ± 20 として、算出方法の違いを比較する。

STATWORKS および JMP は Derringer and Suich⁽⁹⁾の方法を採用している。この方法は図・9 のように側面制約条件範囲内の関数を定義しているが、側面制約を外れると、いくら外れても悪さ加減は同じと仮定し 0 と置いている。



図・9 好ましき関数の代表的形状



図・10 乖離度関数の代表的形状

MODDE⁽¹⁰⁾は異なる方法を採用している。この方法は図・10 のように側面制約条件範囲内では乖離度を0としているが、側面制約を外れたときは、外れ量の2乗で乖離度が増加する関数になっている。

ここでは、どちらの方法が良いかは議論しないが、側面制約を外れた時の挙動や、場合によっては合成関数が多峰となることなど、その性質を良く理解して利用することが肝要である。

一方、ウェイトについてはどのソフトも与え方を全く規定しておらず、ユーザーが勝手に設定することになっている。そのため、最適値の再現性が無いという問題が生じている。次節では、多目的最適化におけるウェイトの決定方法について検討したので報告する。

また、スカラー化の方法にも注目する必要がある。STATWORKS は次の式で表されるように各々の特性値に対応する好ましき関数 d の幾何平均 D を合成関数として用いて最適値探索を行う。

$$D(x) = \sqrt[m]{d_1(x)d_2(x)d_3(x)\cdots d_m(x)} \quad \text{ただし、} m \text{ は特性の数} \quad (2)$$

この式を用いると、各々の好ましき関数 d に乗ずるウェイトを変更しても合成関数の形状は変化しない。多目的最適化では、どの特性を重視するかによって合成関数が増加しなければ、ウェイトに応じた設計パラメータを求めることができない。そこで以降の検討は総和 (Σ) を用いる最適化ソフト MODDE を採用した。

6. 多目的最適化におけるウェイト算出法

6.1. 特性値が独立の場合

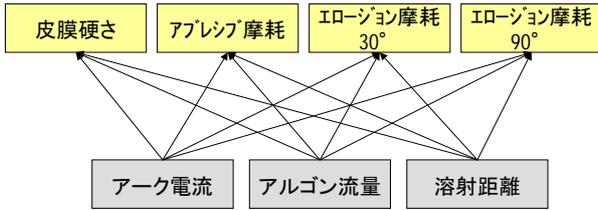
多目的最適化におけるウェイトの算出法を事例②を用いて示す。事例②では園家ら⁽¹¹⁾が報告したプラズマ溶射の実験結果を引用する。設計変数は溶射条件 3 個であり、中心複合計画に割付けられた。特性値は 4 個であり、それぞれの応答曲面近似式が求められている。計画行列と特性値を表・2 に示す。

一般的に、全ての特性値は図・11 のように独立であると仮定される。そこでまず、それぞれのウェイトは全て等しいと仮定して多目的最適化を行った。最適化の狙いは全て望大特性、ターゲット値は特性値の推定値の最大値、側面制約の幅は(最大値-最小値)の 10%として多目的最適化を行った。その結果を表・3 に示す。この結果を見ると、皮膜硬さについては側面制約の内部(以下、目標)を全く満たしていないことが分かる。

表・2 プラズマ溶射の実験計画(中心複合計画)と結果

Exp.Runs	アーク電流	Ar流量	スプレー距離	皮膜硬さ	アブレーション摩耗	エロージョン摩耗 (30°)	エロージョン摩耗 (90°)
1	583.00	55.00	160.00	364	34.3	62.7	64.0
2	583.00	55.00	120.00	360	37.7	68.5	76.5
3	583.00	35.00	160.00	427	35.3	66.2	66.7
4	583.00	35.00	120.00	338	40.5	69.8	72.3
5	417.00	55.00	160.00	339	35.4	62.6	69.4
6	417.00	55.00	120.00	229	37.5	66.2	60.8
7	417.00	35.00	160.00	273	39.3	61.2	65.6
8	417.00	35.00	120.00	294	40.7	67.0	69.6
9	600.88	45.00	140.00	351	36.7	66.5	71.6
10	399.12	45.00	140.00	401	35.2	63.5	66.2
11	500.00	57.15	140.00	354	35.4	68.8	69.9
12	500.00	32.85	140.00	351	37.8	63.5	66.5
13	500.00	45.00	164.31	373	34.0	63.1	66.9
14	500.00	45.00	115.69	328	37.6	73.3	75.3
15	500.00	45.00	140.00	338	38.0	69.4	73.7

$\alpha=1.2154$



図・11 設計変数と特性値の関係

すなわち、ウェイトを同じにしても全ての特性値が同じ目標達成度になるとは限らない。ウェイトの配分によっては、ある特性値は目標を良く満たすがその他の特性値は目標から大きく外れることも予想される。そこで、ある一つの特性値のみに着目して最適化したときの解（パレート最適解）ごとに、他の特性値の達成度を比較してみた。方法としては、着目したい特性値のウェイトを 1、その他を 0 とした。この結果を図・12 に示す。

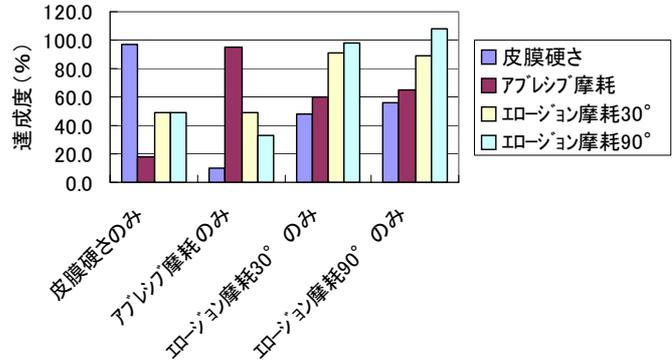
このように、パレート最適解ごとに各特性値の達成度が異なる場合、総合的に効果の大きいパレート最適解を狙うようにすればよいと考えられる。そこで、各パレート解の優劣から特性値のウェイトを再調整することを試みた。具体的には各パレート解ごとにおしで一対比較を行った。この一対比較による方法は、AHP で用いられるウェイトの算出法と同じであり一般的には理解しやすいものとする。ここでは、着目している特性値以外の達成度を合算し、その優劣から表・4 の基準でサーティの尺度に変換した。

一対比較の結果を表・5 に示す。この行列の最大固有値に対する固有ベクトルを求め、その各成分について、その合計に占める割合をウェイトとする。算出したウェイトを表・5 中に示す。このウェイトを用いて先程と同じ基準で多目的最適化を行った。ただし MODDE は 0.1 以下のウェイトを指定できないので、0.1 以下のものは 0.1 に置き換えた。その結果を表・6 に示す。先程の結果（表・3）とは異なる解が得られた。

ここで注意すべきは「三すくみ」のような比較をしていないかであるが、これは CI (Consistency Index) 値を見れば分かる。3 特性以上の場合、一対比較の CI 値が 0.1 以下ならば、問題ないと言われている。

表・3 目標の達成度

特性値名	皮膜硬さ	アブレーション摩耗	エロージョン摩耗30°	エロージョン摩耗90°
最大値(推定値)	404.79	40.64	72.62	75.54
側面制約条件	393.03	40.03	71.47	74.38
最適化後の達成値	357.30	39.52	70.11	75.20
達成度(%)	63.7	83.4	80.4	97.4



図・12 パレート解ごとの目標達成度

表・4 サーティの線形尺度への変換

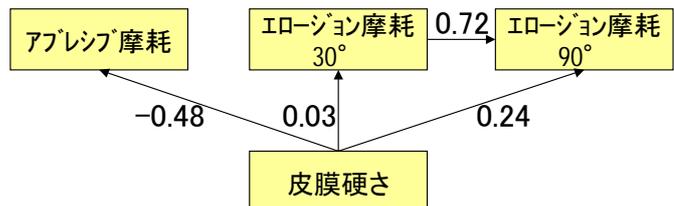
達成度の差	100%以上	75~100%	50~75%	25~50%	0~25%
サーティの線形尺度	9	7	5	3	1

表・5 一対比較によるウェイト算出結果

	皮膜硬さ	アブレーション	エロージョン30	エロージョン90	固有ベクトル	ウェイト
皮膜硬さ	1	1	1/7	1/7	0.132	0.060
アブレーション	1	1	1/9	1/9	0.117	0.053
エロージョン30	7	9	1	1	0.984	0.444
エロージョン90	7	9	1	1	0.984	0.444
C.I.=0.00266					固有値	4.00797

表・6 ウェイト修正後の目標の達成度(1)

特性値名	皮膜硬さ	アブレーション摩耗	エロージョン摩耗30°	エロージョン摩耗90°
最大値(推定値)	404.79	40.64	72.62	75.54
側面制約条件	393.03	40.03	71.47	74.38
最適化後の達成値	341.16	38.32	71.46	75.70
達成度(%)	51.32	65.58	90.94	101.24



図・13 特性値の内部従属関係

6.2. 特性値が独立でない場合(内部従属関係がある場合)

これまでは、特性値が独立であるという仮定でウェイト算出を行ってきた。ところが、本事例の特性値を固有技術的に眺めてみると、図・13 のようなモデルが想定される。これを内部従属関係にあるという。このようなケースについてのウェイト算出については、未だ検討事例を見かけない。このケースでは、ひとつの特性値の変更結果が他の特性値へ影響を及ぼすので、互いに独立であるという仮定に基づいたパレート最適解を狙うという方法は採用できず、ウェイトの再調整が必要である。

そこで、パス係数を使って先程の一対比較行列から求めたウェイトを修正することを考えた。パス係数は規準化した特性値について AMOS を用い最尤法で求めた。なお、分析のプロパティで「平均値と分散を推定する」を有効にした。

ウェイト算出の考え方は以下の通りである。AHP の独立性重視の概念とは異なる。

- 1) 他の変数の影響を受けていれば、より統合的な尺度として評価すべきであることからウェイトを高くする。
- 2) 他に影響を及ぼしていなければ、他の特性で代用できないのでウェイトを高くする。

具体的にはパス係数をサーティーの尺度に変換し、サーティーの方法に従い従属マトリクスMを求め、 $w' = w \cdot M$ よりウェイトを配分した。手順は次のとおりである。

表・7 サーティーの尺度への変換

入ってくる矢線の パス係数	0.8 ~1.0	0.6 ~0.8	0.4 ~0.6	0.4 以下
サーティーの線形尺度	7	5	3	1

- ① 従属関係ごとのウェイトの算出: 矢線が入っている特性値に着目して、矢線が出ている特性値と一対比較しウェイトを求める。一対比較は、|パス係数|が0のときサーティーの線形尺度が1になるよう表・7によって変換する。
- ② 従属マトリクス作成: 各従属関係について求められたウェイトを従属マトリクスとして行列化する。
- ③ 修正ウェイトの算出: 元のウェイトに対して従属マトリクスを後ろから掛け、修正ウェイトを求める。

以下、手順に沿って実際の計算結果を示す。

- ① まず、矢線が入っている 3 個の特性値について、それぞれ一対比較表を作成した。その結果を表・8 に示す。
- ② 次に、これらの結果を従属マトリクスとしてまとめた。

表・8 一対比較表とウェイト

アプレジ	皮膜硬さ	アプレジ	ウェイト
皮膜硬さ	1	1/3	0.25
アプレジ	3	1	0.75

エロージョン30	皮膜硬さ	エロージョン30	ウェイト
皮膜硬さ	1	1	0.5
エロージョン30	1	1	0.5

エロージョン90	皮膜硬さ	エロージョン30	エロージョン90	ウェイト
皮膜硬さ	1	1	1/3	0.185
エロージョン30	1	1	1/5	0.156
エロージョン90	3	5	1	0.659

C.I.=0.01433

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.185 & 0 & 0.156 & 0.659 \end{pmatrix} \quad (3)$$

③ 最後に、先程求めたウェイトを補正した。

$$\begin{aligned} w' &= (0.060 \quad 0.053 \quad 0.444 \quad 0.444) \cdot M \\ &= (0.3774 \quad 0.0398 \quad 0.2913 \quad 0.2926) \end{aligned} \quad (4)$$

③の計算では、先に決めたウェイトに対し、再配分を行うという意味を持つ。例えばMの第4行では、自分(エロージョン摩耗 90°)に与えられた 0.444 というウェイトを、皮膜硬さに 0.185, アブレイブ摩耗に 0・・・と振り分けるという意味を持っている。

このウェイトを本事例に適用した結果が表・9 である。先程の結果(表・6)とは異なり、アブレイブ摩耗の達成度を維持しながら皮膜硬さが改善されている。また、固有技術的に納得できるプロセスで全ての特性値の達成度をほぼ均等化することができた。

表・9 ウェイト修正後の目標の達成度(2)

特性値名	皮膜硬さ	アブレイブ摩耗	エロージョン摩耗30°	エロージョン摩耗90°
最大値(推定値)	404.79	40.64	72.62	75.54
側面制約条件	393.03	40.03	71.47	74.38
最適化後の達成値	369.13	38.18	69.87	75.30
達成度(%)	72.7	63.5	78.5	98.1

7. まとめ

複数の変数によって説明される多次元空間の応答曲面を、複数同時に最適化するという多目的最適化は、コンピュータソフトの進歩によって身近になってきた。RC カーのロバスト最適点を求めるという事例①に関して、2 特性の自動最適点探索を行った例を示したように、STATWORKS においても最近のバージョンでは多目的最適化を行うことが可能である。

ところが、まだ多くのソフトで実用上の課題が解決されずに残されている。例えば STATWORKS では先に述べた水準値の項目化ができないことや、1 個の初期値から探索を開始しているため局所最適解に陥る危険性があることなどが解決されていない。各ソフトとも今後のブラッシュアップが望まれる。

さらに、多目的最適化を行う場合は各特性のウェイトも考慮する必要があるが、未だ十分な検討がなされていない。殆どのソフトが、各々の応答に乗ずるウェイトの影響に関して何の説明もしていない。

今回、ウェイトの算出方法に関して、内部従属関係に着目して値を修正する方法を提案した。事例②による検証の結果、固有技術的に納得できるプロセスで全特性値を均等に最適解に近づけることができると判明した。一対比較の線形尺度を精緻にすればさらに改善できると思われる。ただし、今回提案した方法は、内部従属関係を線形モデルとして仮定している点が弱点である。今後、さらに研究を進めて修正を検討したい。

また最近では、最初に述べたように、シミュレーション結果をあたかも実験結果のように扱って従来の SQC 手法を適用することが増えている。しかし、これには重大な落とし穴が存在することはあまり知られていない。これについては、吉野ら⁽¹²⁾が品質誌で解説しているので参考にされたい。

7. 謝辞

本研究を進めるにあたり、貴重なご意見を頂きました JSQC 中部支部若手研修会の皆様に謝意を表します。

参考文献

- (1) 尾田十八(日本機械学会編)(1989):「構造材料の最適設計」, 技報堂出版, 246.
- (2) 川面恵司, 横山正明, 長谷川浩志(2000):「最適化理論の基礎と応用」, コロナ社, 186-194.
- (3) 柏村孝義, 白鳥正樹, 于強(1997):“統計的最適化手法におけるばらつきと構造信頼性の評価”, 日本機械学会論文集 A 編, 63. (610). 1348-1353.
- (4) 山川宏(2000):“複合領域の最適設計の動向”, 日本機械学会第4回最適化シンポジウム2000特別講演 I
- (5) <http://member.nifty.ne.jp/QYR03001/calc/calctop.htm>
- (6) R.H. Myers, D.C. Montgomery(2002):「Response Surface Methodology : Process and Product Optimization Using Designed Experiment 2nd edition」, John Wiley & Sons Inc., USA, 557-586.
- (7) 赤木新介(1991):「設計工学(下)」, コロナ社, 112.
- (8) 中山弘隆, 谷野哲三(計測自動制御学会編)(1994):「多目的計画法の理論と応用」, コロナ社, 38.
- (9) G. Derringer, R. Suich(1980):“Simultaneous Optimization of Several Response Variables”, Journal of Quality Technology, 12. (4). 214-219.
- (10) MODDE オンラインマニュアル
- (11) 園家啓嗣, 李長久, 李福海(2001):“プラズマ溶射 Ni-50Cr 皮膜の組織, 物性および溶射条件の相関性”, 日本溶接学会論文集, 19. (1). 27-36
- (12) 吉野睦, 仁科健(2004):“SQC とデジタル・エンジニアリングー設計パラメータ最適化の技術動向と今日的課題”, 品質, 34. (3). 5-12

掲載されている著作物の著作権については，制作した当事者に帰属します。

著作者の許可なく営利・非営利・イントラネットを問わず，本著作物の複製・転用・販売等を禁止します。

所属および役職等は，公開当時のものです。

■公開資料ページ

弊社ウェブページで各種資料をご覧ください <http://www.i-juse.co.jp/statistics/jirei/>

■お問い合わせ先

(株)日科技研 数理事業部 パッケージサポート係 <http://www.i-juse.co.jp/statistics/support/contact.html>